

Основні поняття «ММК»

План

1. Класифікація навантажень.
2. Основні гіпотези і припущення, що використовуються в «ММК»

Мета роботи: Вивчити основні поняття «ММК».

Опорний конспект

З теоретичної механіки відомо, що поверхневі навантаження бувають зосередженими або розподіленими. Залежно від характеру дії навантаження поділяють на *статичні* і *динамічні*.

Статичними називають навантаження, значення, напрям і місце прикладання яких залишаються сталими або змінюються повільно і мало. Отже, можна припустити, що при передачі статичних навантажень усі частини конструкції перебувають у рівновазі. Приклад статичного навантаження — сила тяжіння споруд.

Динамічними називають навантаження, значення яких, напрям або місце прикладання швидко змінюються з часом. До динамічних належать ударні, раптово прикладені і повторно-змінні навантаження. Ударні навантаження виникають, наприклад, під час кування металу або забивання паль; прикладом раптово прикладеного навантаження є тиск колеса, яке котиться по рейці; повторно-змінних навантажень зазнають, наприклад, деталі кривошипно-повзункового механізму парової машини. До динамічних належать також *інерційні* навантаження, наприклад, сили інерції в ободі обертового маховика. Треба пам'ятати, щодо зовнішніх сил, які беруть до уваги при розрахунках конструкцій, належать *не тільки* активні сили, а й реакції зв'язків і сили інерції (для руху з достатньо великим прискоренням.)

Основні гіпотези і припущення стосовно фізико-механічних властивостей матеріалів.

1. *Гіпотеза про відсутність початкових внутрішніх зусиль*. Згідно з цією гіпотезою, припускають, що коли немає причин для деформації тіла (навантаження, зміна температури), то в усіх його точках внутрішні зусилля дорівнюють нулю. Отже, сили взаємодії між частинками ненавантаженого тіла до уваги не беруть.

2. *Припущення про однорідність матеріалу*. Фізико-механічні властивості тіла в різних точках можуть бути неоднаковими. В опорі матеріалів ці відмінності нехтують, припускаючи, що матеріал в усіх точках тіла має *однакові властивості*.

3. *Припущення про неперервність матеріалу*. Згідно з цим припущенням, матеріал будь-якого тіла має неперервну будову і є суцільним середовищем. Припущення про неперервну будову матеріалу дає змогу використовувати під час розрахунків методи вищої математики (диференціальне і інтегральне числення).

4. *Припущення про ізотропність матеріалу*. Це припущення передбачає, що матеріал тіла має *однакові властивості* в усіх напрямках. Багато матеріалів складається з кристалів, в яких фізико-механічні властивості в різних напрямках істотно відрізняються. Проте, завдяки наявності в тілі великої

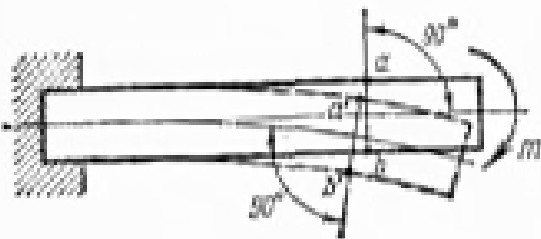
кількості безладно розміщених кристалів, властивості всієї маси матеріалу в різних напрямках вирівнюються.

Припущення про ізотропність добре підтверджується практикою для більшості матеріалів і лише наближено для таких матеріалів, як камінь, пластмаси, залізобетон. Матеріали, які мають неоднакові властивості в різних напрямках, називаються *анізотропними*, наприклад, деревина.

5. *Припущення про ідеальну пружність*. Це припущення передбачає, що



Рис. 18.1



в певних межах навантаження матеріал виявляє *ідеальну пружність*, тобто після зняття навантаження деформації повністю зникають.

Розглянемо тепер гіпотези і припущення, пов'язані з деформаціями елементів конструкцій. Зміну лінійних і кутових розмірів тіла називають відповідно лінійною і кутовою деформацією.

Зміну положення (координат) точок тіла, спричинену деформацією, називають *переміщенням*.

1. *Припущення про малість переміщень*, або принцип початкових розмірів. За цим припущенням деформації тіла і пов'язані з ними переміщення точок і перерізів *дуже малі* порівняно з розмірами тіла. На підставі цього змінами в розміщенні зовнішніх сил, спричинених деформацією, нехтують. Так, наприклад, не беруть до уваги зміщення Δl лінії дії сили P , показане на рис. 2.

2. *Припущення про лінійну деформацію тіл*. Згідно з цим припущенням, зміщення точок і перерізів пружного тіла в певних межах навантаження прямо пропорційне силам, які спричинюють ці переміщення.

3. *Гіпотеза про плоскі перерізи, або гіпотеза Бернуллі*. Згідно з цією гіпотезою, плоскі поперечні перерізи, зроблені в тілі до деформації, залишаються під час деформації *плоскими і нормальними до осі* (рис. 2). Цю гіпотезу вперше висловив швейцарський вчений Якоб Бернуллі (1654—1705); за нею вивчають більшість основних деформацій бруса. До основних гіпотез опору матеріалів належить також *принцип незалежності дії сил*, який буде сформульовано наприкінці цього розділу (аналогічний принцип розглянуто в динаміці).

Питання для самоконтролю

1. Що таке деформація?
2. Яка суть припущення про ідеальну пружність?
3. В чому полягає гіпотеза Бернуллі?

Література

1. О.О. Ердеді “Технічна механіка” ст. 129-133.
2. Г.М. Ицкович “Соппротивление материалов” ст. 4-12.

Діаграма розтягу і стиску крихких матеріалів

План

1. Діаграма розтягу (стиску) крихких матеріалів.
2. Властивості крихких матеріалів.

Мета роботи: Вивчити правила побудови епюр.

Опорний конспект

Діаграма розтягу крихких матеріалів

Крихкі матеріали, наприклад чавун, характерні тим, що їх руйнування відбувається при дуже малих залишкових деформаціях. На рис.1 приведено діаграма розтягу чавуну, із якого видно, що навіть в початковій стадії розтягу спостерігається відхилення від закону Гука. При розрахунку дане відхилення не враховують.

При випробуванні на розтяг зразків сірого чавуну визначають величину границі міцності, що позначається σ_B чи $\sigma_{вр}$. Для зразків із ковкого чавуну, окрім того, визначають величину залишкового видовження при розриві δ .

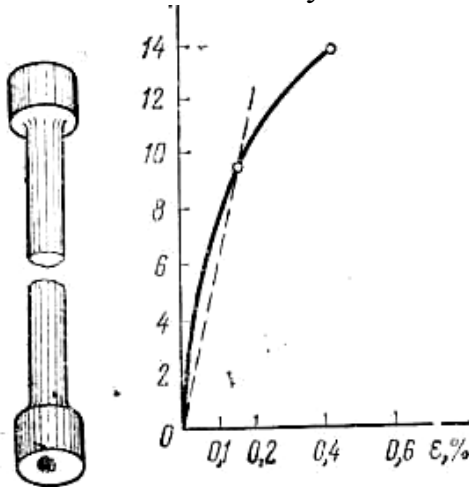


Рисунок 1

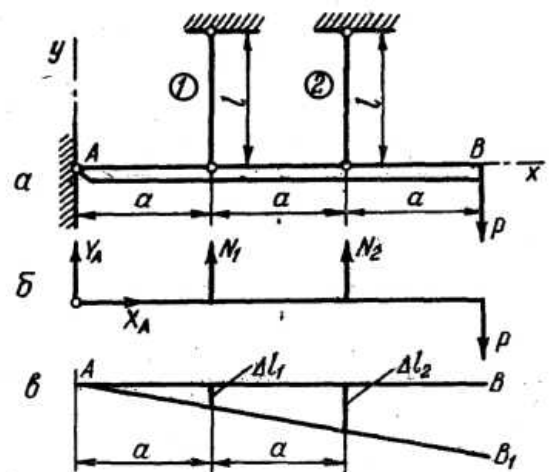


Рисунок 2

Як було зазначено вище, діаграми розтягування для багатьох марок сталі, а також сплавів, кольорових металів не мають площадки плинності. [Характерний](#) вид діаграми розтягування для подібних матеріалів зображений на рис. 2.10.

Для вивчення значних пластичних деформацій необхідно знати справжню діаграму розтягування, що дає залежність між істинними деформаціями та істинними напруженнями, які обчислюються шляхом ділення сили, що розтягує на справжню площа поперечного перерізу зразка (з урахуванням звуження).

Так як справжня площа поперечного перерізу менше [первісної](#), то діаграма істинних напружень йде вище діаграми умовних напружень, особливо після утворення шийки, коли відбувається різке зменшення поперечного перерізу зразка (крива OCS на рис. 2.8).

Зазвичай застосовують наближені способи побудови діаграми істинних напружень, які викладаються в повних курсах опору матеріалів.

Розглянута діаграма розтягування (див. рис. 2.8) є [характерною](#) для так званих пластичних матеріалів, тобто [матеріалів](#), здатних отримувати значні залишкові деформації (δ), не руйнуючись.

Чим пластичніше матеріал, тим більше δ . До числа досить пластичних матеріалів відносяться [мідь](#), [алюміній](#), латунь, малоуглеродиста сталь і ін

Менш пластичними є дюраль і бронза, а слабопластичному [матеріалами](#) - більшість

легованих сталей.



Рис. 2.11

Протилежним властивості пластичності є крихкість, тобто здатність матеріалу руйнуватися при незначних залишкових деформаціях. Для таких матеріалів величина залишкового подовження при розриві не перевищує 2-5%, а в ряді випадків вимірюється частками відсотка. До крихких матеріалів відносяться чавун, високовуглецева інструментальна сталь, камінь, [бетон](#), [скло](#), [склопластики](#) та ін. Слід зазначити, що поділ матеріалів на пластичні й крихкі є умовним, оскільки залежно від умов випробування (швидкість навантаження, температура) і виду напруженого [стану](#) крихкі [матеріали](#) здатні

вести себе як пластичні, а пластичні - як крихкі. Наприклад, чавунний зразок в умовах всебічного стиснення веде себе як пластичний матеріал, тобто не руйнується навіть при значних деформаціях. І навпаки, сталевий зразок з виточенням зруйнується при порівняно невеликій деформації.

Таким чином, правильніше говорити про пластичному і крихкому станах матеріалу. При розтягуванні зразків з крихких матеріалів спостерігається ряд особливостей. Діаграма розтягування чавуну показана на рис. 2.11. З діаграми видно, що відхилення від закону Гука починається дуже рано. Розрив настає раптово при дуже малих деформаціях і без утворення шийки, що [характерно](#) для всіх крихких матеріалів. При випробуванні на розтяг крихких матеріалів визначають, як правило, тільки межу міцності. Зазвичай при практичних [розрахунках](#) для крихких матеріалів відхилення від закону Гука не враховують, тобто криволінійну діаграму замінюють умовної прямолінійною діаграмою (див. штрихову лінію на рис. 2.11).

Для чавуну та інших крихких матеріалів помітний вплив на межу міцності при розриві надають розміри зразка. Це оцінюється масштабним коефіцієнтом

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_{B0}}, \quad (3)$$

де σ_B - Межа міцності зразка діаметром d ;

σ_{B0} - Межа міцності зразка діаметром $d = 10$ мм.

На рис. 2.12 представлені криві залежності ε_B від діаметра зразка для наступних матеріалів: високовуглецева і марганцевистих сталі - 1, легувана сталь - 2, модифікований чавун - 3, сірий чавун - 4.

Особливо істотно позначається на величині ε_B зростання абсолютних розмірів зразка для чавуну (криві 3 і 4 на рис. 2.12).

Слід зазначити, що в останні роки досягнуто значних успіхів у справі створення високоміцних матеріалів.

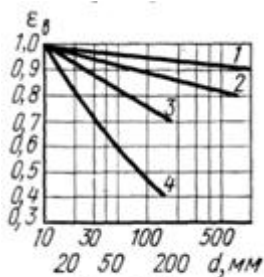


Рис. 2.12

Теоретичне значення межі міцності, розрахований на основі врахування взаємодії атомів в кристалі, складає приблизно одну десяту частину від E , тобто для сталі приблизно 200 000 кг/см², що майже в 10 разів більше, ніж межа міцності для існуючих марок високоміцних сталей.

До теоретичної міцності можна наблизитися двома шляхами.

Перший шлях - це створення матеріалів, вільних від внутрішніх дефектів, що мають ідеальну кристалічну решітку.

В даний час в лабораторних умовах вже отримані ниткоподібні [кристали](#) («вуса») заліза та інших металів діаметром 1-2 мкм, в яких повністю відсутні внутрішні дефекти. Межа міцності таких «вусів» із заліза досягає 150 000 кг/см².

Інший шлях, як це не парадоксально, прямо протилежний і полягає у створенні металів,

що мають можливо більше порушень правильної кристалічної структури. Ці порушення мікроструктури (дислокації) можуть бути отримані або поєднанням пластичного деформування металу (наклепу) з [термообробкою](#), або шляхом нейтронного опромінення. При цьому з кристалічної [решітки](#) вибиваються атоми і в решітці створюються або вільні місця - вакансії, або атоми без місця - впроваджені атоми. Ці порушення мікроструктури роблять метал більш міцним, так як ускладнюють пересування всередині кристала, подібно до того, як шорсткі поверхні двох брусків перешкоджають їх ковзанню.

Якщо при навантаженні зразка не був перевищений межа пружності, то при розвантаженні всі деформації повністю зникнуть і при повторному навантаженні цей зразок буде себе вести так само, як і при першому навантаженні.

Якщо ж зразок був навантажений до напруги, більшої межі пружності, наприклад, до напруги, [відповідного](#) точці До діаграми на рис. 2.8, то розвантаження [підє](#) по прямій KL, паралельної лінії О А. Пружна частина деформації (відрізок LM) зникне, пластична ж частина деформації (відрізок OL) залишиться.

Якщо матеріал навантажувати знову, то діаграма підє по прямій LK до самої точки К. Залишковий подовження при розриві буде вимірюватися величиною відрізка LR, тобто мати меншу величину, ніж при первинному одноразовому навантаженні до розриву.

Отже, при повторних навантаженнях зразка, попередньо розтягнутого до виникнення в ньому напруг, великих межі плинності, межа пропорційності підвищується до того рівня, якого досягли напруги за попередньої навантаженні. Якщо між розвантаженням і повторним навантаженням була перерва, то межа пропорційності підвищується ще більше.

Слід зазначити, що діаграма LKEN, одержувана при повторному навантаженні, не має площадки плинності, тому для зразка, що зазнав розвантаження і повторне навантаження, визначається умовна границя текучості ($\sigma_0, 2$), який, очевидно, вище межі текучості при первинному навантаженні. У зазначеному сенсі можна говорити про підвищення межі текучості при повторному навантаженні.

Явище підвищення межі пропорційності і зниження пластичності матеріалу при повторних навантаженнях називається наклепом. Наклеп у багатьох випадках є небажаним явищем, так як наклепаной метал стає більш крихким.

Однак у цілому ряді інших випадків наклеп корисний і його створюють штучно, наприклад, в деталях, які зазнають впливу змінних навантажень.

Статично невизначні системи

Задачі опору матеріалів та будівельної механіки, розв'язання яких неможливе за допомогою одних лише умов рівноваги сил, прикладених до тіла, називаються статично невизначними.

Для розв'язування таких задач розроблені загальні методи, які розглядатимуться пізніше. Тут ми звернемося лише до найпростіших випадків розрахунків статично невизначних стержньових систем при осьовій дії сил і вкажемо на їх основні особливості.

Визначення зусиль у статично невизначних стержньових системах. Спосіб розв'язування статично невизначної задачі при осьовій дії сил пояснимо на прикладі системи, що складається з абсолютно жорсткого бруса АВ, шарнірно обпертого у точці А і шарнірно підвішеного на пружних стержнях 1 і 2 (рис. 2, а).

Уявно відкидаємо опорні зв'язки бруса і замінюємо їх невідомими опорними реакціями X_A , Y_A , N_1 та N_2 (рис. 2, б).

Рівняння рівноваги сил, прикладених до бруса, мають вигляд

$$\sum X = 0: X_A = 0;$$

$$\Sigma Y=0: Y_A + N_1 + N_2 - P=0;$$

$$\Sigma M_A = 0: N_{1A} + N_2 2a - P 3a = 0;$$

Оскільки для визначення трьох зусиль у нас лише два рівняння статички, задача є один раз статично невизначною. Розв'яжемо її, складаючи ще одне додаткове рівняння, що називається рівнянням переміщень і записується на основі розгляду деформацій системи.

За умовами задачі брус АВ вважається абсолютно жорстким, отже, переміщення у системі можуть відбуватися лише за рахунок деформацій стержнів 1 і 2. При дії заданого навантаження ці стержні будуть подовжуватися. При подовженні стержнів на величини Δl_1 і Δl_2 брус, залишаючись прямим, повернеться навколо центру шарніра А і займе положення АВ (рис. 2, в).

Наступні горизонтальними складовими переміщень точок підвісу бруса як величинами другого порядку малості порівняно з вертикальними складовими цих переміщень, будемо вважати, що ці точки переміщаються вертикально вниз на величину, яка дорівнює подовженню відповідного стержня. Тоді рівняння переміщень запишеться так

$$\frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2}{2a}$$

Записане рівняння відбиває чисто геометричний зв'язок між елементами деформованої системи. Візьмемо тепер до уваги фізичний зв'язок, виражаючи закон Гука деформації стержнів через зусилля, що у них виникають:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1}{c_1}; \Delta l_2 = \frac{N_2}{c_2};$$

Тоді рівняння переміщень набирає остаточного вигляду

$$\frac{N_1}{c_1} = \frac{N_2}{c_2}$$

Шукані зусилля визначаються тепер з рівнянь

$$N_1 = \frac{3P}{1 + 4 \frac{c_2}{c_1}}; N_2 = \frac{6P}{4 + \frac{c_1}{c_2}} \quad Y_A = P - N_1 + N_2;$$

1. Яка різниця між діаграмою розтягу пластичних і крихких матеріалів?
2. Чи справедливий закон Гука для крихких матеріалів?

Література

1. О.О. Ердеди “Технічна механіка” ст. 144-1459.
2. Г.М. Ицкович “Сопротивлениематериалов” ст. 54-56.

Правила побудови епюр поздовжніх сил і нормальних напружень

План

1. Правила побудови епюр поздовжніх сил і нормальних напружень.
2. Поздовжні і поперечні деформації.

Мета роботи: Вивчити правила побудови епюр.

Опорний конспект ЕПЮРИ ВНУТРІШНІХ СИЛ

Зусилля та моменти в різних перерізах одного й того самого тіла є різними.

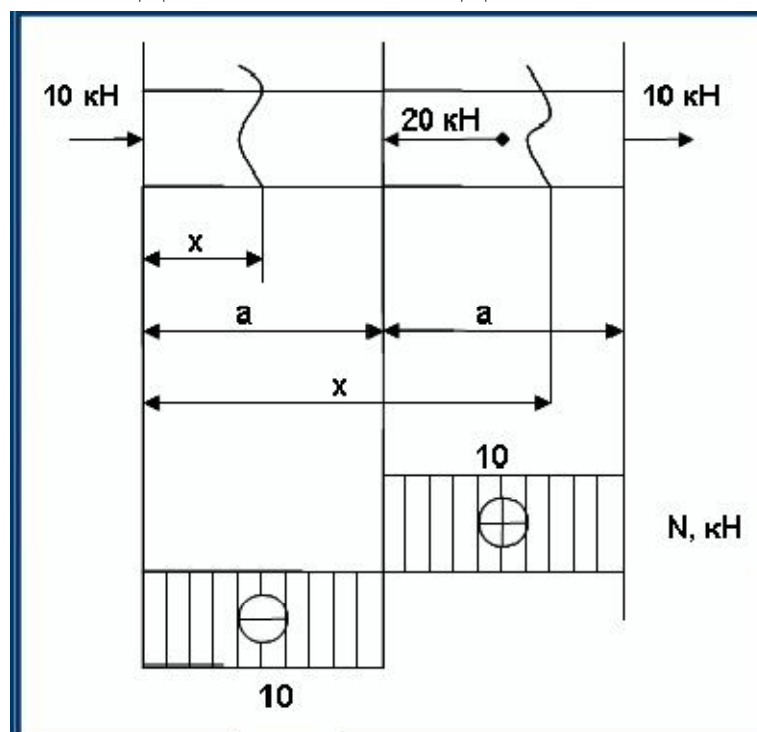
Графіки (діаграми), що показують, як змінюється внутрішнє зусилля при переході від перерізу до перерізу, називають епюрами.

Зазначимо деякі правила, що застосовують при побудові епюр в стержнях:

1. Вісь (базу), на якій будується епюра, завжди вибирають так, щоб вона була паралельна, або просто збігалася з віссю стержня.
2. Ординати епюри відкладають перпендикулярно до осі епюри.
3. Епюри штрихують лініями, які перпендикулярні до бази.
4. Для зусиль та моментів вибирають певний масштаб.

Ординати відкладають строго в масштабі. На епюрах проставляють числа, що показують значення характерних ординат, а в полі епюри у кружку ставлять знак зусилля.

ПОБУДОВА ЕПЮР ПОЗДОВЖНІХ СИЛ



УВАГА! Поздовжня (осьова) сила вважається додатною, якщо вона

спричинює розтягання, та від'ємною, якщо спричиняє стискання. Зовнішні сили самі по собі ні додатні, ні від'ємні, але кожна дає у виразі для N доданок певного знака.

Виберемо початок координат у крайній лівій точці стержня, вісь X направимо вздовж його осі. У довільному перерізі будь-якої ділянки на відстані x від початку координат знаходимо осьову силу як суму проекцій усіх зовнішніх сил ліворуч чи праворуч від перерізу, що розглядається:

I ділянка ($0 \leq x \leq a$)

ліворуч: $N(x) = -10 \text{ кН}$;

праворуч: $N(x) = -20 + 10 = -10 \text{ кН}$

II ділянка $a \leq x \leq 2a$

ліворуч: $N(x) = -10 \text{ кН} + 20 \text{ кН} = 10 \text{ кН}$

праворуч: $N(x) = 10 \text{ кН}$

Як відомо з дослідів,

при осьовій дії сил на стержень одночасно з поздовжніми деформаціями виникають також поперечні деформації: при розтягу поперечний переріз стержня зменшується, при стиску — збільшується.

У межах справедливості закону Гука відносно поперечне скорочення стержня є пов'язане з його відносним подовженням ϵ такою лінійною залежністю

$$\epsilon' = \mu \epsilon,$$

де μ — коефіцієнт пропорційності, що називається *коефіцієнтом Пуассона*.

Коефіцієнт Пуассона становить абсолютну величину відношення поперечного скорочення до поздовжнього подовження при простому розтягу прямого стержня в межах справедливості закону Гука

$$\mu = |\epsilon' / \epsilon|$$

Коефіцієнт Пуассона для реальних матеріалів набуває значень $0 \leq \mu < 0,5$.

Для сталей різних марок він коливається у межах 0,25—0,33.

Деформації стержня виникають також при дії сили його власної ваги.

1. Як виконується побудова поперечних сил?
2. Що таке поздовжня деформація?
3. Що таке поперечна деформація?

Література

1. О.О. Ердеди “Технічна механіка” ст. 137-139.
2. Г.М. Ицкович “Сопротивление материалов” ст. 28-32.

Чистий зсув

План

1. Поняття зсуву.
2. Закон Гука для зсуву. Модуль зсуву.

Мета роботи: Вивчити основні поняття «ММК».

Опорний конспект

Чистий зсув

Чистим зсувом називається окремий випадок плоского напруженого стану, при якому на гранях елементарного кубика, виділеного з тіла, виникають лише дотичні напруження (рис. 1, а).

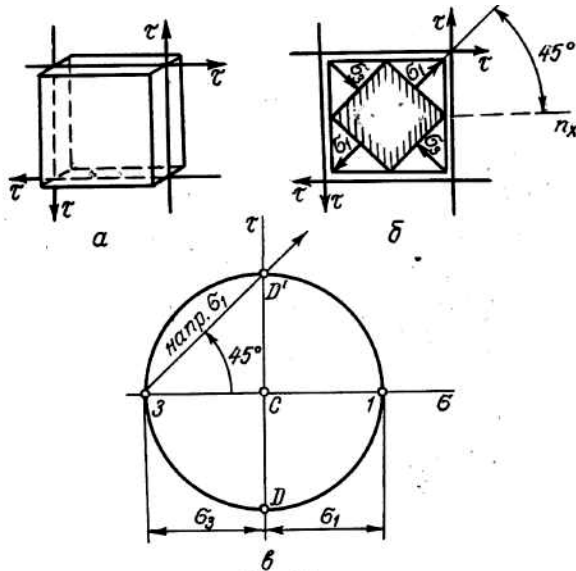


Рис. 1

Визначимо величину і напрям головних напружень при чистому зсуві. Цю задачу можна розв'язати аналітично, або графічно за допомогою побудови круга Мора.

Враховуючи, що при чистому зсуві $\sigma_x = \sigma_y = 0$, одержимо

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2}$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = \pm \sqrt{\tau_{yx}^2}$$

$$\text{тобто } \sigma_1 = +\tau, \sigma_3 = -\tau$$

1

Кут між напрямком головного напруження σ_1 і зовнішньою нормаллю n_x до площинки, на якій виникає напруження τ (рис. 1, б), одержимо

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_2} = - \frac{\tau_{yx}}{\sigma_1 - \sigma_y}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{(-\tau)}{\sigma_1} = 1$$

звідки $\alpha = 45^\circ$.

Оскільки кут додатний, він відкладається від зовнішньої нормалі n_x проти ходу стрілки годинника.

Побудова круга Морая для визначення величини головних напружень при чистому зсуві і напрямку напруження σ_1 показана на рис. 1, в.

2. Закон Гука для зсуву

Розглянемо брусок у вигляді паралелепіпеда, нижня грань якого нерухомо закріплена (рис. 2, а).

Нехай у площині верхньої грані бруска діє на нього зовнішнє навантаження, рівнодійна якого позначена через Q . При дії такого навантаження брусок зазнає тиме деформації зсуву, характерними ознаками якої є: 1) переміщення верхньої грані бруска паралельно його нижній грані на величину абсолютного зсуву Δs , 2) зв'язана з цим переміщенням зміна першого прямого кута між боковими гранями бруска на величину γ кута зсуву, який позначений через γ .

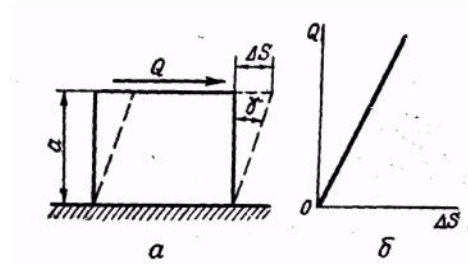


Рис. 2

Експериментально встановлено, що до певної величини сили Q між нею і абсолютним зсувом Δs існує лінійна залежність, яка виражається формулою закону Гука для зсуву

$$\Delta s = \frac{Qa}{GF}$$

де a — віддаль між верхньою і нижньою гранями бруска; F — площа однієї грані.

Через G позначена стала матеріалу, що називається модулем зсуву.

Залежність закону Гука при зсуві зображена графічно на рис. 2, б.

При дії сили Q у перерізах бруска, паралельних його нижній і верхній граням, виникатимуть дотичні напруження. Приймаючи, що ці напруження рівномірно розподіляються на площині перерізу, можемо записати $Q = \tau F$; далі, беручи до уваги малість деформацій, маємо

$$\frac{\Delta s}{a} = \tan \gamma \approx \gamma$$

Тоді формулу закону Гука для зсуву можна надати такого вигляду:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

Питання для самоконтролю

1. Що таке зсув?
2. Сформулюйте закон Гука для зсуву?

Література

1. О.О. Ердеди “Технічна механіка” ст. 129-133.
2. Г.М. Ицкович “Сопротивление материалов” ст. 151-154.

Розрахунок циліндричних гвинтових пружин

Мета роботи: Вивчити методику проектування гвинтових пружин.

Опорний конспект

1. У техніці найбільшого поширення набули циліндричні гвинтові пружини, виготовлені зі сталі круглого поперечного перерізу, що працюють на розтяг і стиск. У цьому параграфі розглянемо розрахунок таких пружин, що мають невеликий кут підйому витків ($\alpha \leq 15^\circ$).

Розглянемо циліндричну гвинтову пружину, що має діаметр D гвинтової осі, діаметр d дроту і кількість витків n , яку стискають силою P (рис. 1, а).

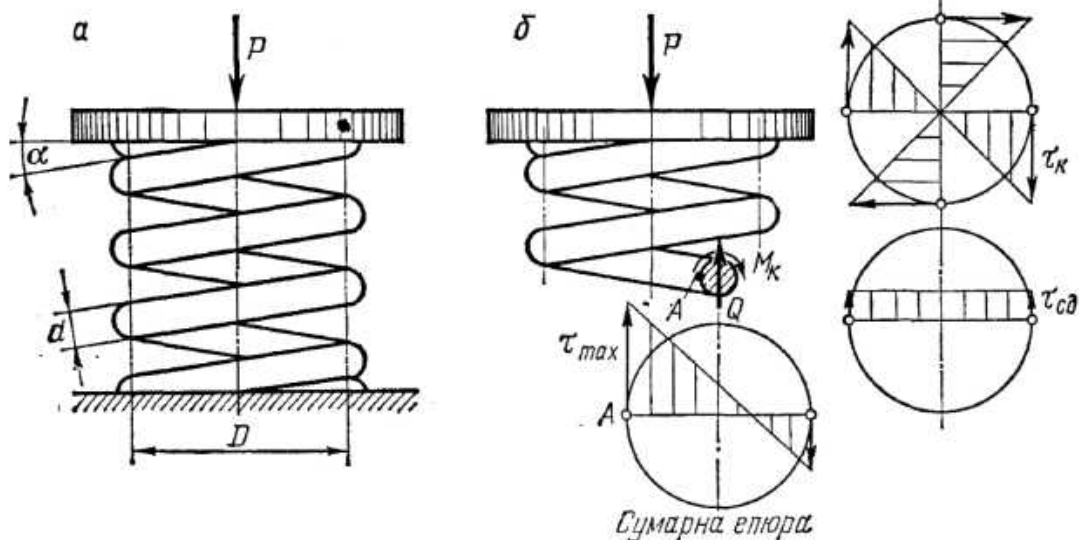
Для визначення внутрішніх силових факторів застосуємо метод перерізів.

Розріжемо пружину площиною, яка проходить через вісь, і відкинемо нижню частину пружини (рис. 1, б). Зважаючи на те, що кут підйому витків малий, вважатимемо переріз витка поперечним, тобто кругом, який має діаметр d .

Розглядаючи рівновагу верхньої частини пружини, бачимо, що в поперечному перерізі витка виникають два внутрішніх силових фактори: поперечна сила $Q = P$ і крутний момент $M_k = PD/2$.

Звідси випливає, що в поперечному перерізі витка діють тільки дотичні напруження зсуву і кручення.

Вважатимемо, що напруження зсуву розподілені по перерізу рівномірно, а напруження кручення визначатимуться,



як при крученні прямого кругового циліндра.

Епюра розподілення напружень зсуву і кручення,

а також епюра сумарних напружень у точках горизонтального діаметра перерізу подано на рис. 1, б. З сумарної епюри видно, що найбільші дотичні напруження виникають у точці А, найближчій до осі пружини:

$$\tau_{\max} = \tau_{zc} + \tau_k = \frac{Q}{F} + \frac{M_{kp}}{W_p} = \frac{P}{\pi d^2 / 4} + \frac{PD/2}{\pi d^3 / 16};$$
$$\tau_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(\frac{d}{2D} + 1 \right)$$

Якщо пружина має відносно великий середній діаметр і виготовлена з відносно тонкого дроту, то перший доданок у дужках (що відповідає напруженню зсуву) значно менший від одиниці і ним можна нехтувати; тоді:

$$\tau_{\max} \approx \frac{8PD}{\pi d^3}$$

Д Формула для наближеного розрахунку циліндричних гвинтових пружин має вигляд

$$\tau_{\max} \approx \frac{8PD}{\pi d^3} \leq [\tau]$$

Оскільки пружини звичайно виготовляють із високоякісної сталі, то допустимі напруги будуть у межах

$$[\tau] = 200 - 100 \text{ МПа.}$$

Далі введемо формулу для визначення зменшення висоти (осадки) у пружини. Розділяючи пружину на нескінченно малі ділянки довжиною dl , які, зважаючи на малість довжини, вважатимемо прямолінійними, і враховуючи тільки потенціальну енергію деформації кручення, маємо:

$$U = \int_0^l M_{\kappa}^2 dl / (2GJ_p) = M_{\kappa}^2 l / (2GJ_p)$$

де $l = \pi Dn$ - довжина дроту пружини. Робота сили P , прикладеної до пружини статично, дорівнюватиме $A = P\lambda/2$. Оскільки $A = U$, $M_{\kappa} = PD/2$, $J_p = \pi d^4/32$, то

$$\frac{P\lambda}{2} = \frac{(PD/2)^2 \pi Dn}{2G\pi d^4/32}$$

звідси $\lambda = 8PD^3n/(Gd^4)$. Цю формулу можна записати в такому вигляді

$$\lambda = P/c,$$

де $c = Gd^4/8D^3n$ - коефіцієнт жорсткості пружини.

При $\lambda = 1 \text{ с} = P$, тому коефіцієнт жорсткості чисельно дорівнює силі, яка спричинює осадку, що дорівнює одиниці довжини. Відношення середнього діаметра витків до діаметра дроту позначають c_n і називають **індексом пружини**:

$$c_n = D/d$$

Звичайно індекс пружини буває в межах $c_n = 4 - 12$.

3. Приклад

4. Визначити діаметр дроту сталеної пружини, якщо піддією сили $P = 1200$ Н вона видовжується на $\lambda = 52$ мм. Індекс пружини $c_n = 6$, число витків $n = 14$. Модуль пружності $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Розв'язання.

Індекс пружини $c_n = D/d$, звідки $D = c_n \cdot d$.

Підставимо значення D у формулу видовження пружини:

$$\lambda = 8PD^3n/(Gd^4) = 8Pc_n^3d^3n/Gd^4 = 8Pc_n^3n/Gd$$

Звідси знаходимо d , і після підставлення числових значень маємо

$$D = \frac{8Pc_n^3n}{\lambda G} = \frac{8 \cdot 1200 \cdot 6^3 \cdot 14}{52 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6} = 70 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 7 \text{ мм}$$

Питання для самоконтролю

1. Яких деформацій зазнає циліндрична гвинтова пружина?
2. Що таке індекс пружини?
3. Як визначити діаметр дроту пружини?

Література

1. О.О. Ердеди “Технічна механіка” ст. 170-172.

2. Г.М. Ицкович “Сопротивлениематериалов” ст. 134-139.

Раціональна форма поперечних перетинів бруса при згині

План

1. Розрахунок балок із пластичних матеріалів.

2. Розрахунок балок із крихких матеріалів. Особливості розрахунку на згин.

Мета роботи: Вивчити методику підбору поперечного перетину балок і їх раціонального розміщення відносно навантаження.

Опорний конспект

Балки розраховують на міцність по найбільших нормальних напругах, що виникають в їх поперечних перетинах. При поперечному згині балок разом з нормальними, як відомо, виникають і дотичні напруги, але вони в переважній більшості випадків невеликі і при розрахунках на міцність не враховуються.

1. Розрахунок балок з пластичних матеріалів.

Міцність балки з пластичного матеріалу забезпечена, якщо найбільші по абсолютній величині нормальні напруги, виникаючі в небезпечному поперечному перетині, не перевищують допустимих. Для балки, поперечні розміри якої по всій довжині постійні, небезпечний перетин той, в якому виникає найбільший по модулю згинаючий момент.

Найбільші нормальні напруги виникають в точках небезпечного поперечного перетину, максимально видалених від нейтральної осі. Називатимемо ці точки небезпечними.

Величину максимальної напруги знайдемо по формулі,

$$\sigma = (M_x / J_x) \cdot y$$

підставляючи в неї замість поточної координати y значення $y_{\max}$ - відстані від небезпечної точки до нейтральної осі. Тоді отримаємо умову міцності у вигляді

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{J_x} y_{\max}$$

Тут $[\sigma]$ – допустиме напруження, що приймається при статичному напруженні таким як і у випадку розтягування (стиснення) бруса з того ж матеріалу.

У випадку якщо поперечний перетин балки симетрично щодо нейтральної осі, виявляється можливим привести формулу до більш зручного вигляду. Для вказаних перетинів $y_{\max} = h/2$, де h - висота перетину (розмір в напрямі, перпендикулярному нейтральній осі), отже

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{J_x} \frac{h}{2}$$

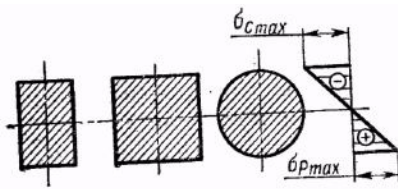
Розділимо чисельник і знаменник цього виразу на $h/2$:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{J_x / h/2}$$

введемо позначення

$$W_x = \frac{J_x}{h/2}$$

і отримаємо остаточну умову міцності в наступному вигляді:



$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (1)$$

Таким чином, введена нова геометрична характеристика поперечного перетину W_x , є відношенням моменту інерції щодо даної осі до половини висоти перетину. Цю геометричну характеристику називають осьовим моментом опору, або

Рис.1

i.

Її часто називають просто моментом опору, на відміну від подібної геометричної характеристики, зустрічається при розгляді кручення бруса круглого поперечного перетину і називався полярним моментом опору. Момент опору має розмірність довжини в кубі (вимірюється в м^3 , см^3 , мм^3).

З формули (1) витікає, що момент опору - це геометрична характеристика міцності бруса, працюючого на прямий згин. Дійсно, чим більше момент опору, тим менше напруги, виникаючі в поперечному перетині балки при даному навантаженні (згинаючому моменті), і тим більше навантаження може безпечно витримати балка при даній величині (при даному матеріалі).

Формула (1) є залежністю для перевірного розрахунку. У разі потреби з неї можна визначити необхідну величину моменту опору або.

Зв'язок між встановлюється по епюрі M_x .

Значення моментів опору прокатних профілів (двутаврів і швелерів) приведені в таблицях відповідних ГОСТів.

Моменти опору круга, кільця і прямокутника знайдемо, скориставшись формулами для головних центральних моментів інерції цих перетинів

а) круг

$$W_x = \frac{J_x}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1 d^3 \quad (2)$$

б) кільце

$$W_x = \frac{J_x}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32} (1 - c^4) \approx 0.1 d^3 (1 - c^4) \quad (3)$$

де c - відношення внутрішнього діаметра кільця до зовнішнього.

в) прямокутник

$$W_x = \frac{bh^2}{6} \quad (4)$$

Щоб уникнути помилок ще раз підкреслюємо, що у формулі (4) h - сторона прямокутника, перпендикулярна осі, щодо якої обчислюється момент опору.

При застосуванні для балок з пластичних матеріалів перетинів, симетричних щодо нейтральної осі забезпечується рівність (по абсолютній величині) найбільших розтягуючих і стискаючих напруг (рис. 1). Для вказаних матеріалів це, звичайно, доцільно, оскільки однакові допустимі напруження на розтяг і стиск.

Неважко зрозуміти, що не всі симетричні перетини однаково раціональні. Дійсно, розподіл нормальних напруг таке, що та частина матеріалу, яка розташована

поблизу нейтральної осі, майже не використовується. Це указує, зокрема, на нераціональність круглого перетину - при застосуванні велика частина матеріалу бруса опиняється в малонавантаженій області. Небагато чим вигідніше квадратний перетин.

його

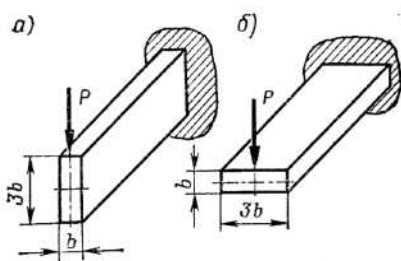


Рис. 7.28

Найкраще рішення питання про раціональне використання матеріалу дає застосування двотаврового перетину. В двотавровій балці основна частина матеріалу зосереджена в полицях, тобто в зоні якнайкращого його використання (в зоні найбільших напруг). Роль стіни балки, сприймаючої порівняно невелику частину згинаючого моменту, полягає головним чином в забезпеченні монолітної роботи перетину як єдиного цілого.

Оскільки момент опору є геометричною характеристикою міцності, очевидно, слід прагнути того, щоб при даній витраті матеріалу він був максимальний. При заданій довжині балки витрата матеріалу (маса балки) прямо пропорційна площі поперечного перетину. Отже, чим більше W_x і менше F , тим раціональніша форма перетину балки. Для кількісної оцінки раціональності перетину зручна безрозмірна характеристика

$$w_x = \frac{W_x}{\sqrt{F^3}}$$

яку називають питомим осьовим моментом опору. Наприклад, для круга $w_x=0,141$; для кільця (при $c=0,7$) $w_x=0,294$; для двутавра № 10 (по ГОСТ 8239-73) $w_x=0,955$; для № 20 $w_x=1,33$.

Необхідно мати на увазі, що при зміні положення перетину по відношенню до діючого навантаження міцність балки істотно змінюється, хоча площа перетину і залишається незмінною.

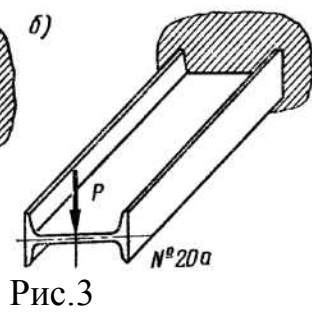
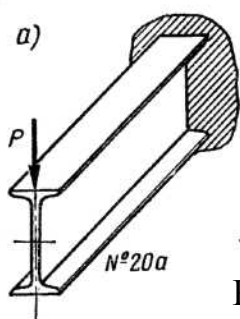


Рис.3
Рис. 7.29

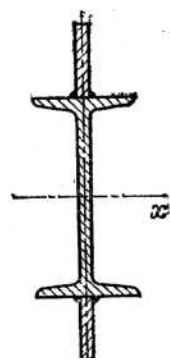


Рис.4
Рис. 7.30

Наприклад, для бруса прямокутного перетину з відношенням сторін $h:b=3$, розташованого, як ; показано на рис.2, а, в три рази більше, чим для того ж бруса, але поверненого на 90° (рис.2, б). Аналогічно, для двутавра № 20 а, показаного на рис.3, а, допускається навантаження

більше, ніж показаного на рис.3, б, в 7,2 раз.

З наведених прикладів витікає, що перетин треба розташовувати так, щоб силова лінія співпадала з тією з головних осей, щодо якої момент інерції мінімальний, або, що те ж саме, так, щоб вісь, щодо якої момент інерції максимальний, була нейтральною віссю перетину. Більш стисло цю вказівку можна сформулювати так: *слід прагнути того, щоб згин бруса відбувався в площині його найбільшої жорсткості.*

В більшості випадків із збільшенням моменту інерції перетину зростає і його момент опору, але можливі і виключення, коли нераціональне збільшення моменту інерції приводить до зменшення моменту опору, тобто до зниження міцності бруса. Один з подібних прикладів приведений на рис. 4: приварку смуг до двутавру приводить до зменшення W_x , оскільки висота перетину зростає відчутніше, чим його момент інерції.

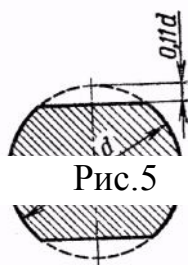


Рис.5

Рис. 7.31

Цікаво відзначити, що якщо у круглого перетину зрізати сегменти, як показано на рис. 5, то момент опору зростає, досягаючи максимального значення, коли стрілка рівна $0,11d$. При більшій величині стрілки сегмента момент опору стає меншим, ніж у круглого перетину. Не слід забувати, що зменшення

моменту інерції перетину не завжди допустимо, оскільки ; воно приводить до зниження жорсткості балки.

2. Розрахунок балок з крихких матеріалів.

Крихкі матеріали застосовують для виготовлення деяких працюючих на згин елементів машинобудівних конструкцій. Зокрема, з сірого чавуна відливають різного роду рами, станини, підшипникові підвіски і т.п.

Як відомо, сірий чавун працює на стиснення значно краще, ніж на розтягування, відношення відповідних допустимих напружень:

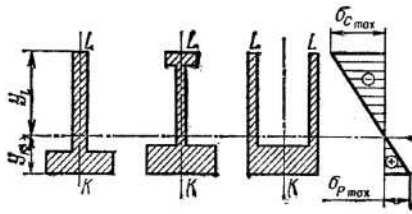


Рис. 7.32

Рис.6

$$[\sigma_c]/[\sigma_p]=3-4,5$$

Очевидно, застосування перетинів, симетричних щодо нейтральної осі, в даному випадку нераціонально - матеріал в стислій зоні бруса буде значно недовантажений, що приведе до його зайвої витрати, а значить, до збільшення маси конструкції.

Для балок з крихких матеріалів, що по різному працюють на розтяг і стиск, доцільно застосовувати перетини, несиметричні щодо нейтральної осі, наприклад, таврове, несиметричне двотаврове, П-подібне (рис. 6). При цьому доцільно розташовувати перетин так, щоб велика частина балки знаходилася в розтягнутій зоні (див. епюру нормальних напруг на рис. 6).

Раціональне і нераціональне розташування перетину чавунної таврової балки показані на рис. 7. При вказаних на кресленні відстанях від нейтральної осі до крайніх точок перетину, показаний на рис. 7, а, в 2,22 раз більше, ніж у випадку, показаному на рис. 7, б.

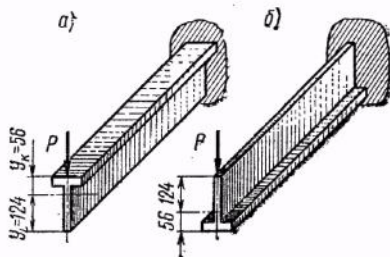


Рис.7

Очевидно, слід прагнути того, щоб максимальні розтягуючі і максимальні стискаючі напруження в небезпечному поперечному перетині балки були одночасно рівні, тобто

$$\sigma_{c,max}=[\sigma_c], \sigma_{p,max}=[\sigma_p];$$

При цьому матеріал балки використовується найбільш раціонально. Але

$$\sigma_{p,max}=\frac{M_{x,max}}{J_x} y_K$$

$$\sigma_{c,max}=\frac{M_{x,max}}{J_x} y_L$$

де y_K і y_L - відстані від нейтральної осі відповідно до самих віддалених точок розтягнутої і стислої зон перетину (див. рис. 6 і 7). Отже, для забезпечення вказаної умови найраціональнішого використання матеріалу перетин повинен мати таку конфігурацію, при якій

$$y_K/y_L=[\sigma_p]/[\sigma_c] \quad (5)$$

Співвідношення (7.11) виконується далеко не завжди, тому умова міцності чавунної балки виражається двома нерівностями:

$$\sigma_{p,max}=\frac{M_{x,max}}{J_x} y_K \leq [\sigma_p]$$

$$\sigma_{c,max}=\frac{M_{x,max}}{J_x} y_L \leq [\sigma_c]$$

Якщо $y_K/y_L > [\sigma_p]/[\sigma_c]$, небезпечними є точки розтягнутої зони, максимально віддалені від нейтральної

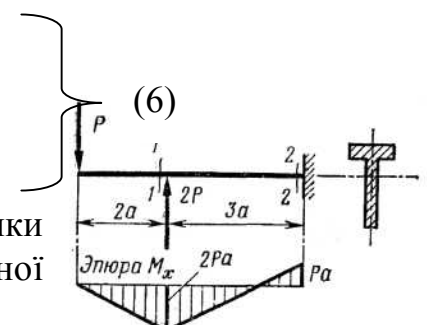


Рис. 7.34

осі, і для розрахунку на міцність достатньо використовувати тільки першу з формул (6). Аналогічно, при $\sigma_k/\sigma_L < [\sigma_p]/[\sigma_c]$ достатньо виконати розрахунок по другій з формул (6).

Все сказане про розрахунок чавунної балки відносилось в основному до випадку, коли епюра згинаючих моментів на всій її довжині однакова. У випадку якщо епюра M_x має ділянки різних знаків (наприклад, у разі схеми навантаження, представленої на рис.8, слід розташувати перетин так, щоб там, де згинаючий момент по абсолютній величині максимальний (перетин 1-1 на рис. 8), велика частина матеріалу (наприклад, полиця таврового перетину Рис.8) знаходилася в розтягнутій зоні. При цьому, крім розрахунку на міцність, виконаного по одній з формул (6) для вказаного перетину, необхідно провести розрахунок по максимальних розтягуючих напругах для перетину з найбільшим моментом протилежного знаку (перетин 2-2 на рис. 8). Тут хоча згинаючий момент і менший, але велика частина матеріалу знаходиться в стислій зоні і може виявитися, що саме цей перетин є небезпечним.

Питання для самоконтролю

1. Як провести підбір перетину балки?
2. Як правильно розмістити балку відносно навантаження?

Література

1. О.О. Ердеди “Технічна механіка” ст. 190-194.
2. Г.М. Ицкович “Сопротивление материалов” ст. 225-233.

Втомне руйнування

План

1. Границя витривалості.
2. Розрахунок на втому.

Мета роботи: Вивчити поняття про втомне руйнування.

Опорний конспект

Втомне руйнування — руйнування матеріалу під дією повторно-перемінних (часто циклічних) напружень. Фізичні причини втомного руйнування матеріалів досить складні і ще не до кінця вивчені. Однією з основних причин втомного руйнування прийнято вважати утворення і розвиток тріщин.

Механізм втомного руйнування багато в чому пов'язаний з неоднорідністю реальної структури матеріалів (відмінність розмірів, форми, орієнтації сусідніх зерен металу, наявність різних включень — шлаків, домішок; дефекти кристалічної решітки, дефекти поверхні матеріалу — подряпини, корозія і т. д.). У зв'язку із зазначеною неоднорідністю при перемінних навантаженнях на границях окремих включень та поблизу мікроскопічних порожнин і різних дефектів виникає концентрація напружень, яка призводить до мікропластичних деформацій зсуву деяких зерен металу (при цьому на поверхні зерен можуть з'являтися смуги ковзання) та накопичення зсувів (яке на деяких матеріалах проявляється у вигляді мікроскопічних виступів і впадинок — екструзій та інтрузій). Далі відбувається розвиток зсувів у мікротріщини, їх зростання і злиття, на останньому етапі з'являється одна або декілька макротріщин, яка досить інтенсивно розвивається (зростає). Краї тріщини під дією змінного навантаження притираються один до одного, і тому зона росту тріщини відрізняється гладкою (полірованою) поверхнею. У міру зростання тріщини поперечний переріз деталі дедалі більше послаблюється, і, нарешті, відбувається раптове крихке руйнування деталі, при цьому зона крихкого доламу має грубозернисту кристалічну структуру (як при крихкому руйнуванні).

Явище зміни механічних і фізичних властивостей матеріалу під тривалою дією циклічно змінних у часі напружень і деформацій називають втомою матеріалу.

Багато деталей машин працюють в умовах, коли напруження, які в них виникають, змінюють свою величину, а іноді навіть знак. Опір конструкції дії таких навантажень суттєво відрізняється від опору дії статичного навантаження. Деталі механічних систем, що працюють в умовах змінних напружень можуть миттєво руйнуватись, при напруженнях значно менше допустимих, при статичному навантаженні. Руйнування деталі від дії змінних напружень називається втомленістю. Спроможність деталей до протидії змінним навантаженням називається витривалістю.

Фундаментальними дослідженнями проблем міцності доведено, що при змінних напруженнях в матеріалі деталі виникають мікротріщини, котрі поступово проникають в глиб деталі і значно послаблюють її переріз. Це в кінці-кінців приводить до руйнування. На поверхні поломки деталі спостерігаються дві явно виражені зони: гладка — результат розвитку тріщини і грубозерниста — слід миттєвого руйнування.

Час однократної зміни напружень називається **періодом**.

Циклом напружень називається сукупність всіх значень напружень на протязі одного періоду.

Цикл змінних напружень (рисунок 10.1) характеризується наступними параметрами:

- максимальним напруженням $\sigma_{\max}$;
- мінімальним напруженням $\sigma_{\min}$;
- середнім напруженням

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad (10.1)$$

- амплітудною циклу

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad (10.2)$$

- коефіцієнтом асиметрії циклу

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (10.3)$$

З наведених формул випливає, що

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a. \quad (10.4)$$

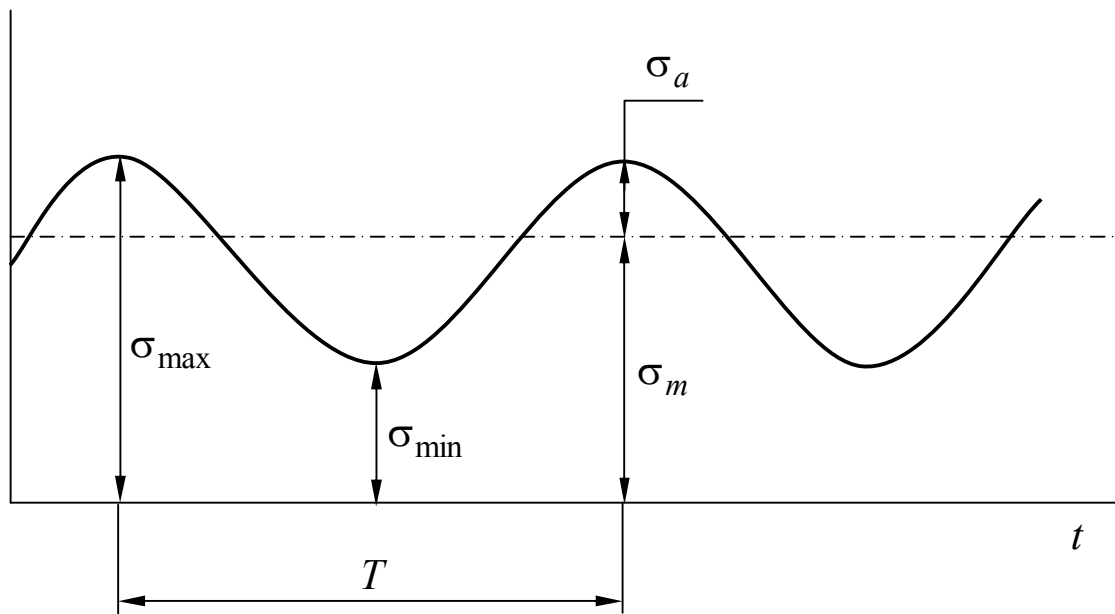


Рисунок 10.1

Цикли, що мають однакові коефіцієнти асиметрії називаються подібними.

Найбільш поширеними циклами напружень є:

1 Симетричний, якщо $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$; $R_\sigma = -1$; з точки зору міцності, це самий небезпечний цикл навантажень. Він є характерним для вала, що обертається і навантажений нерухомою силою.

2 Віднульовий, якщо $\sigma_{\max} = \sigma$; $\sigma_{\min} = 0$; $\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma}{2}$; $R_\sigma = 0$. Він є характерним для навантаження зубців зубчастих передач, кулачкових механізмів, підшипників кочення.

У випадку змінних дотичних напружень всі наведені співвідношення зостаються з відповідною зміною в формулах σ на τ .

Найбільше напруження, яке матеріал може витримати не руйнуючись нескінченну кількість циклів навантажень при заданому коефіцієнті асиметрії називається границею витривалості, позначається σ_R, τ_R . Практично встановлено, якщо зразок з чорного металу витримає базове число циклів навантажень $N = 10^7$, то при подальшому зростанні циклів навантажень він не зруйнується. Границя витривалості залежить від виду деформації, матеріалу, коефіцієнту асиметрії та інших факторів.

Для визначення границі витривалості виконують на спеціальних машинах випробування зразків на втомленість. Найбільш розповсюджені випробування на втомленість при згинанні для симетричного циклу навантажень.

Випробування на втомленість при розтягу та крученні проводять значно рідше, тому що вони потребують більш складного обладнання у порівнянні з випадком згинання. Тому границі витривалості при розтягу σ_{-Ip} і крученні τ_{-I} при симетричному циклі навантажень визначають з емпіричних залежностей по відомій границі витривалості σ_{-I} при симетричному циклі згинання

$$\sigma_{-Ip} = 0,7\sigma_{-I}; \tau_{-I} = 0,58\sigma_{-I}$$

У випадку відсутності випробувальних даних границя витривалості для симетричного циклу згинання може бути обчислена по емпіричним співвідношенням в залежності від тимчасового опору σ_{ut}

$$\sigma_{-I} = (0,4 \div 0,5)\sigma_{ut} \quad \text{— для чорних металів;}$$

$$\sigma_{-I} = (0,25 \div 0,5)\sigma_{ut} \quad \text{— для кольорових металів.}$$

Слід відзначити, що для кольорових металів використовується поняття “умовна границя витривалості”, яка визначається при числі циклів навантаження $N = 10^8$, тому що при визначеному числі циклів (досить значному) границя витривалості зразка дорівнює 0.

Границю витривалості при будь-якому коефіцієнті асиметрії можливо отримати за допомогою діаграми граничних напружень, побудованої в системі координат $\sigma_a = f(\sigma_m)$ (рисунок 10.2).

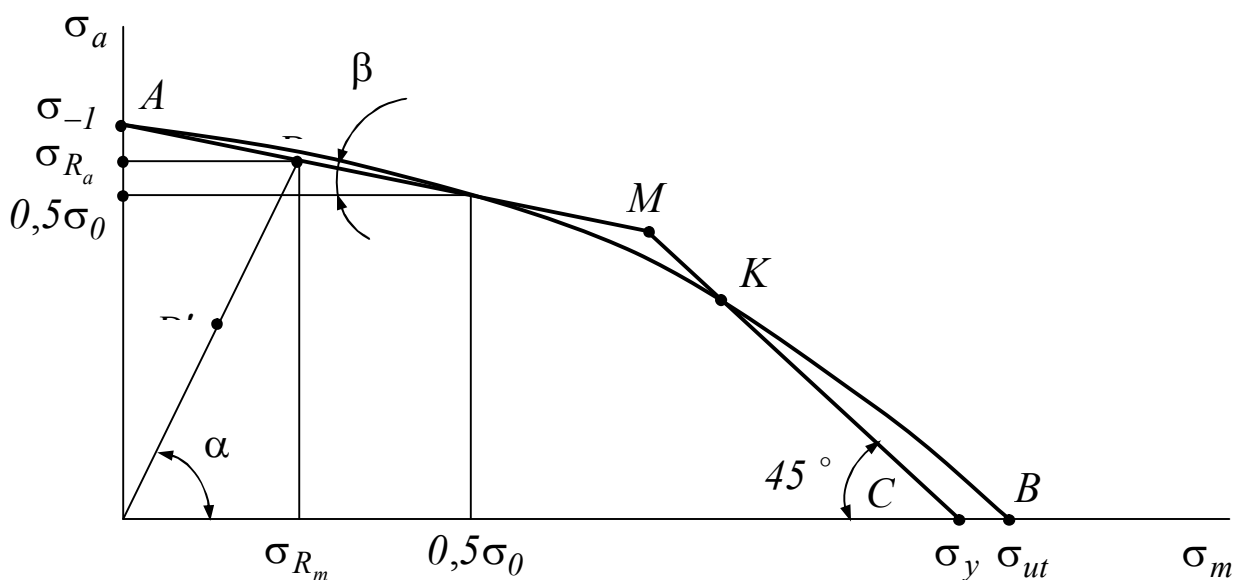


Рисунок 10.2 – Діаграма граничних напружень

Для отримання цієї діаграми необхідно провести випробування на втомленість при різних значеннях R . Точка A цієї діаграми відповідає симетричному циклу навантажень, а точка B – статичному навантаженню. Її абсциса дорівнює границі міцності σ_{ut} .

Для пластичних матеріалів за небезпечне напруження приймається границя текучості σ_y , тобто максимальні напруження не повинні її перевищувати. Цій умові відповідає промінь $СК$. Для спрощення діаграми криву лінію $АК$ замінюють прямою лінією, проведеною з точки A під кутом β

$$tg\beta = \psi = \frac{\sigma_{-l} - 0,5\sigma_0}{0,5\sigma_0}, \quad (10.5)$$

де σ_0 – границя витривалості для від нульового циклу напружень.

В результаті ми отримаємо випрямлену діаграму, відому під назвою Серенсена-Кіпасовілі, яка широко використовується при розрахунках на міцність при циклічних навантаженнях. При цьому, рівняння прямої лінії граничних циклів $АМ$ має вигляд

$$\sigma_{-l} = \sigma_{R_a} + \psi \sigma_{R_m}, \quad (10.6)$$

де ψ – коефіцієнт, що характеризує чутливість матеріалу до асиметрії циклу;

σ_{R_a} , σ_{R_m} – амплітуда і середнє напруження циклу, що відповідають границі витривалості для даного значення коефіцієнта асиметрії R .

Міцність при змінних навантаженнях оцінюється величиною коефіцієнту запасу і порівняння його з допустимим значенням $n \geq [n]$; $[n] = 1,5 \div 3$. Для визначення коефіцієнта запасу використовуємо випрямлену діаграму. З початку координат проведемо через точку D' , що відповідає робочому циклу навантажень промінь під кутом α

$$tg\alpha = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{l - R}{l + R}, \quad (10.7)$$

де σ_a , σ_m – амплітудне та середнє значення робочого циклу напружень.

Точка D характеризує граничний цикл напружень, для котрого

$$\sigma_R = \sigma_{R_a} + \sigma_{R_m}. \quad (10.8)$$

Для робочого циклу

$$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m. \quad (10.9)$$

Коефіцієнт запасу

$$n = \frac{\sigma_R}{\sigma_{\max}}, \quad (10.10)$$

звідки

$$\sigma_R = n \cdot \sigma_a + n \cdot \sigma_m.$$

Таким чином, рівняння лінії $АМ$ можливо записати у вигляді

$$\sigma_{-l} = n\sigma_a + \psi n\sigma_m, \quad (10.11)$$

звідки

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a + \psi \sigma_m}. \quad (10.12)$$

В результаті багаторазових спостережень було встановлено, що на величину границі витривалості значно впливають концентрації напружень, розміри деталі, чистота обробки поверхні.

Концентрація напружень, це явище різкого підвищення напружень в районі різкої зміни форми або площі поперечного перерізу деталі (отвір, виточки, галтелі, канавки, надрізи і т.п.)

Концентрацію напружень характеризує теоретичний коефіцієнт концентрації напружень, що являє собою відношення максимального місцевого напруження поблизу концентратора, визначеного методом теорії пружності, до номінального напруження

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}. \quad (10.13)$$

Концентрація напружень по різному впливає на міцність пластичних та крихких матеріалів. Пластичність матеріалу сприяє зрівнянню напружень. Тому у цьому випадку вплив концентрації оцінюється за допомогою ефективного коефіцієнта концентрації напружень

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}, \quad (10.14)$$

де σ_{-1} – границя витривалості для симетричного циклу гладкого зразка;

σ_{-1k} – границя витривалості для симетричного циклу зразка з відповідним концентратором.

На основі експериментів було встановлено, що границя витривалості залежить від розмірів поперечного переріза зразка; зі збільшенням розмірів границя витривалості зменшується. Це пояснюється тим, що зі збільшенням об'єму матеріалу зростає вірогідність наявності неоднорідності будови (шлакові та газові включення та ін.), що приводить до появи очагів концентрації напружень.

Вплив абсолютних розмірів деталі враховується масштабним фактором β_m , який дорівнює відношенню границі витривалості гладкого зразка діаметра d до границі витривалості лабораторного зразка діаметром 7,5 мм.

$$\beta_m = \frac{\sigma_{-1}d}{\sigma_{-1}d_0}. \quad (10.15)$$

На границю витривалості впливає шорсткість поверхні. Зі збільшенням шорсткості границя витривалості зменшується. Вплив якості поверхні оцінюється за допомогою коефіцієнта β_n – відношення границі витривалості зразка з даною поверхнею до границі витривалості зразка з полірованою поверхнею.

В практичних розрахунках всі ці коефіцієнти відносяться до амплітуди циклу σ_a . Тоді формула для визначення коефіцієнту запасу має вигляд

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \frac{K_\sigma}{\beta_n \beta_m} + \psi \sigma_m}. \quad (10.16)$$

Аналогічно для дотичних напружень

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-I}}{\tau_a \frac{K_{\tau}}{\beta_n \beta_m} + \psi_{\tau} \tau_m}. \quad (10.17)$$

При сумісній дії нормальних та дотичних напружень використовують емпіричну залежність

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_{\sigma}^2} + \frac{1}{n_{\tau}^2}, \quad (10.19)$$

звідки

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}. \quad (10.20)$$

Наявність концентрації напружень значно зменшує границю витривалості деталі. Тому при проектуванні машин необхідно прагнути, щоб вплив місцевих напружень був мінімальним. Досягається це конструктивними та технологічними заходами.

Для відповідальних деталей, що знаходяться під дією циклічних навантажень зовнішні ободи прагнуть зробити плавними, радіуси закруглень у внутрішніх кутах збільшують, отвори роблять в зонах зменшених напружень.

Для підвищення границі витривалості необхідно добиватися високої чистоти поверхні, особливо у зоні концентрації. Відповідальні деталі шліфуються і навіть поліруються.

Великі можливості для підвищення границі витривалості відкривають спеціальні способи обробки поверхні – в першу чергу азотування.

Границя витривалості може бути підвищена при обкатуванні поверхні роликком, або шляхом обдуву з використанням сталюого або чавунного дробу. В результаті такої обробки на поверхні деталі утворюється шар із залишковим напруженням стискання, що запобігає виникненню тріщин.

Питання для самоконтролю

1. Що таке концентратори напружень?
2. Що таке втомне руйнування?
3. Що таке коефіцієнт зниження границі витривалості?

Література

1. О.О. Ердеди “Технічна механіка” ст. 210-211.
2. Г.М. Ицкович “Сопротивлениематериалов” ст. 285-298.